

電磁気学補講  
物理光学入門

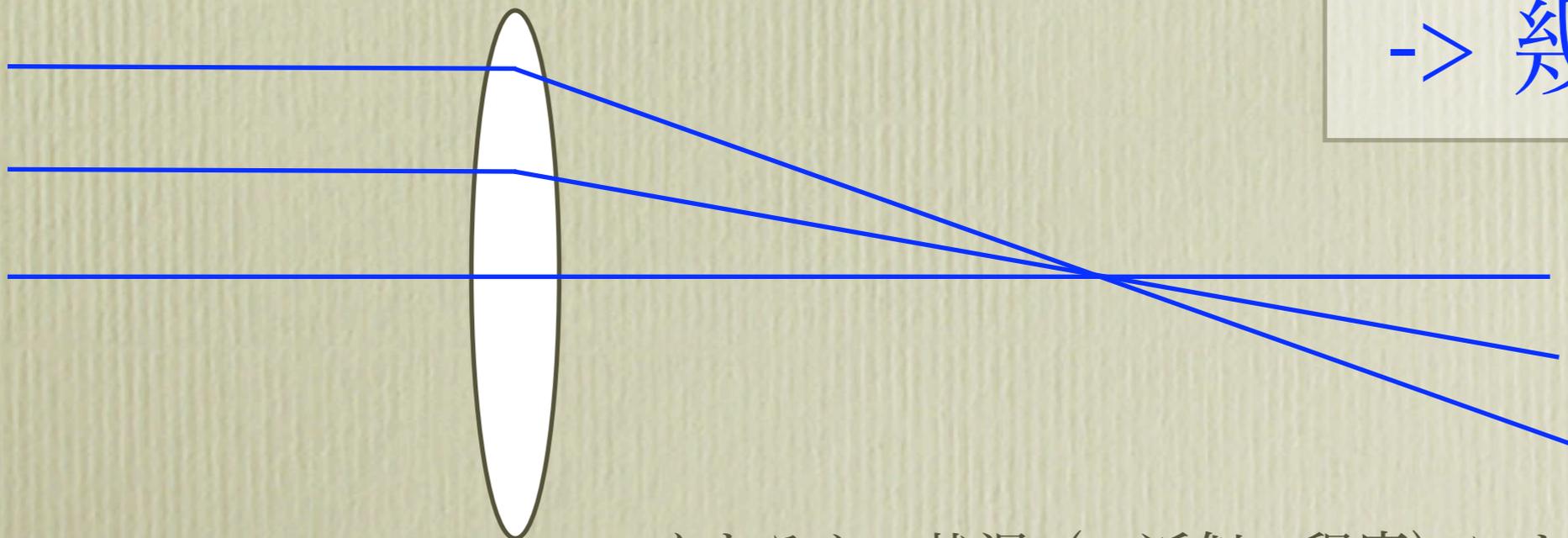
---

～レーザービームを題材に～

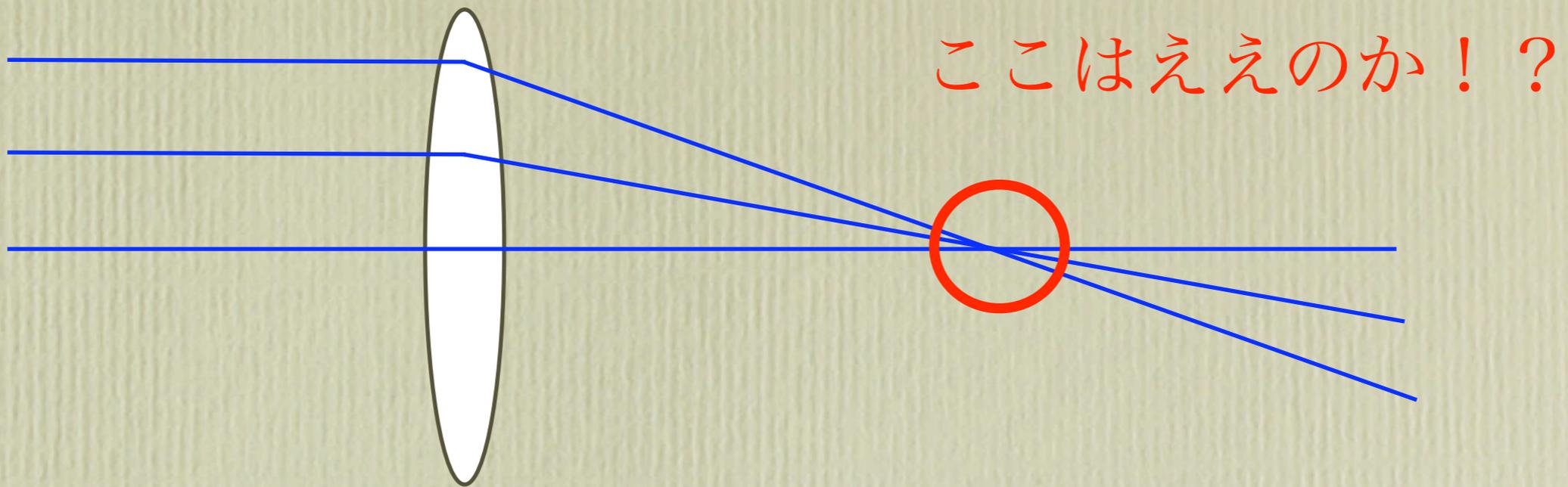
# “光線”と“実際の光”

- 光の伝搬を光線としてあつかう
  - 平行波面
  - 無限の細さの”光線” およびその束

-> 幾何光学



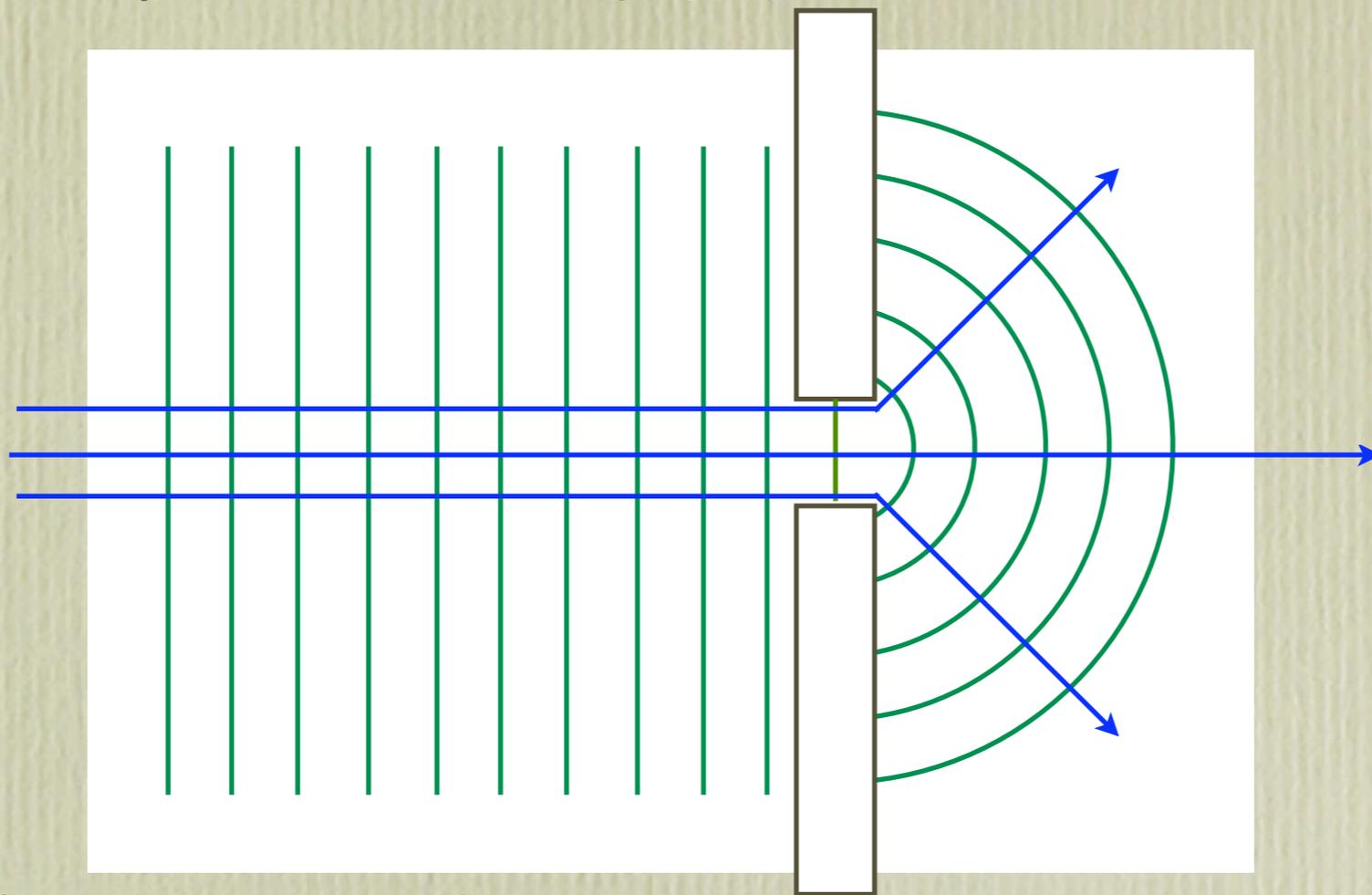
もちろん、状況（=近似の程度）によっては非常に役に立つ



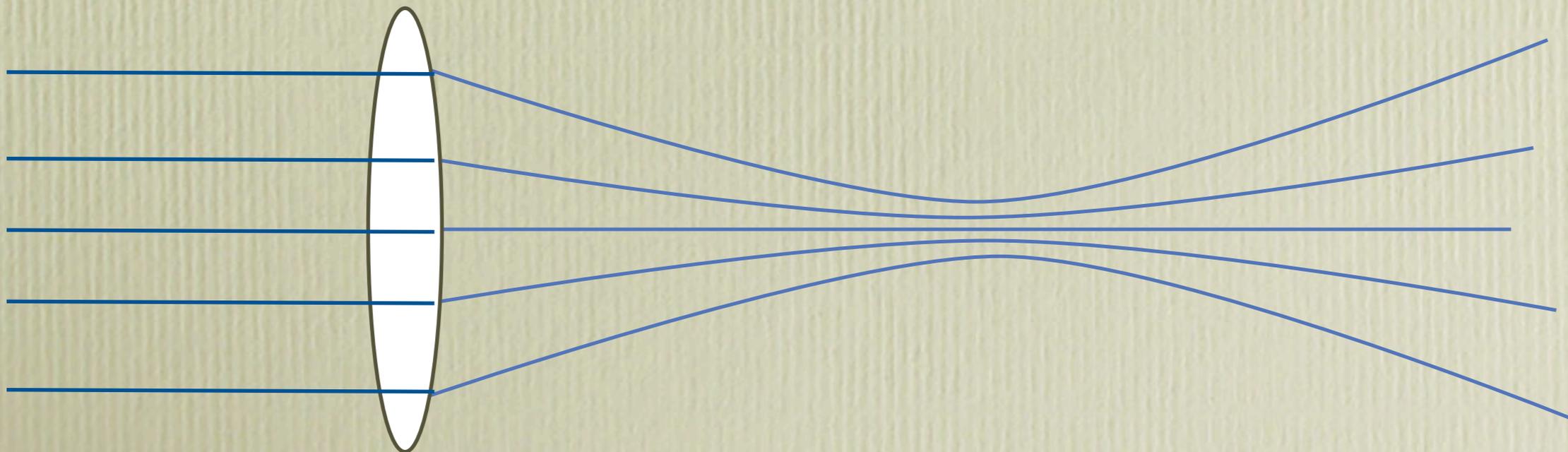
- 光線は本当に”点”に収束できるのか？
  - (もちろん、レンズの収差といった機械工作上的の精度の問題もあるが...
  - 本質的に物理の枠組みとしてexcuse！

波として扱う-> 物理光学

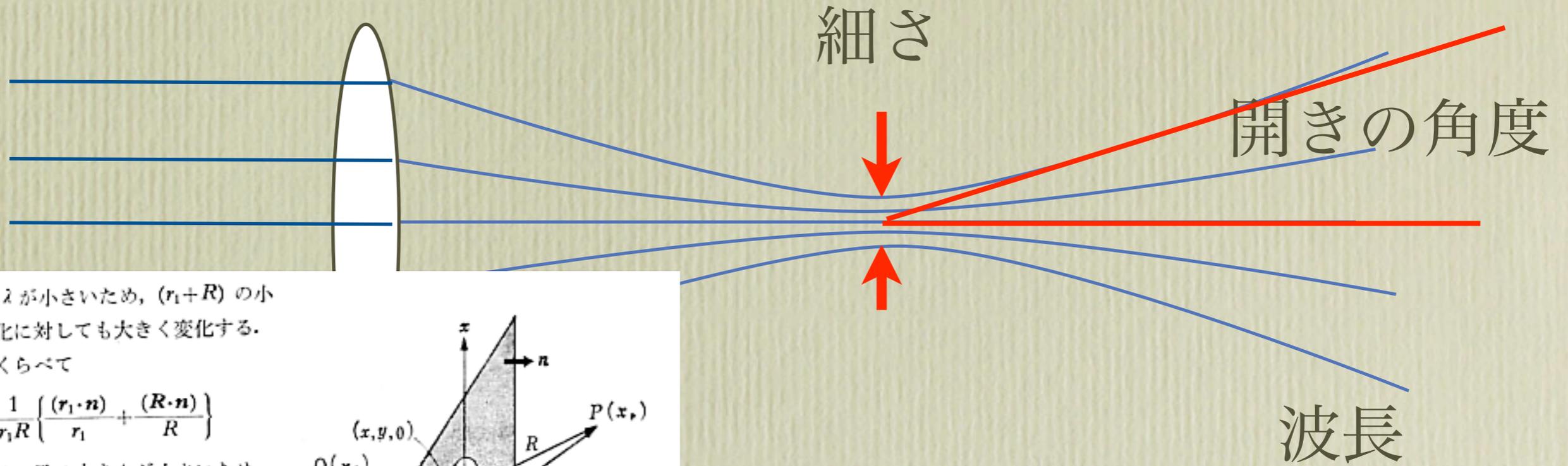
- 波を絞ると.... 回折！



レンズも同じではないか！？



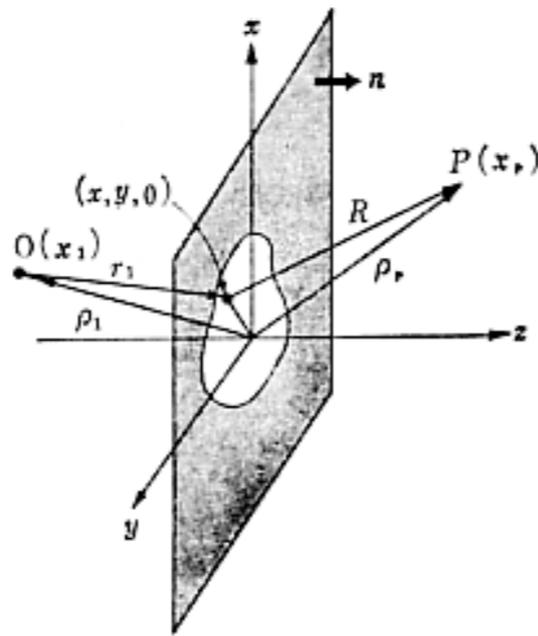
- 絞りの程度 : 細さ VS 波長
- 回折問題



は波長  $\lambda$  が小さいため,  $(r_1+R)$  の小さな変化に対しても大きく変化する. それにくらべて

$$\frac{1}{r_1 R} \left\{ \frac{(r_1 \cdot \mathbf{n})}{r_1} + \frac{(R \cdot \mathbf{n})}{R} \right\}$$

の因子は, 孔の大きさが小さいため, あまり変化しない. そこでこの因子を (6.23) の積分の外にだすことができる. いま, 第 6.8 図にあるように, スクリーン上に  $x, y$  座標をとり, それに垂直な  $\mathbf{n}$  の方向に  $z$  軸をとったとき, 座標系の原点から  $O$  および  $P$  に向けたベクトルをそれぞれ  $\rho_1$  と  $\rho_P$  とする. すると, (6.23) は次のようにかかれる.



第 6.8 図 小孔による回折

$$\psi(P, t) = \frac{-if}{2\lambda} \frac{1}{\rho_1 \rho_P} \left\{ \frac{(\rho_1 \cdot \mathbf{n})}{\rho_1} - \frac{(\rho_P \cdot \mathbf{n})}{\rho_P} \right\} e^{i\omega t} \int_{S=\text{小孔}} e^{-2\pi i \frac{r_1+R}{\lambda}} dS. \quad (6.24)$$

ここで, 第 6.8 図からわかるように

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + z_1^2 \\ &\simeq \rho_1^2 - 2x_1 x - 2y_1 y \end{aligned}$$

であるから, 孔の大きさが小さいとして

理論電磁気学 (砂川)

Q: レーザーなども?

A: もちろん!

# 空間を自由伝搬する電磁波

Maxwell Eq. in vac.

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t}$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial(\mu \vec{H})}{\partial t}$$

電磁波

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \nabla^2 \vec{H} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

ビーム状に自由空間を伝搬する解を考える

解として  $e^{i\omega t}$  の形式  $\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} - k^2 \vec{E} = 0$



伝搬光軸の付近ではほぼ平行光とみなせる

伝搬方向：z軸

$$E(x, y, z) = \psi(x, y, z) e^{-ikz}$$

<-電場の強度分布の平面波からのズレの項を分離



$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$$

<-平面波からのズレの項はz軸方向に緩やかに変化とみなし、zの2階微分を無視



$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad \dots(A)$$

(A)の解：

$$\psi(x, y, z) = A e^{-i \left\{ p(z) + \frac{k}{2q(z)} (x^2 + y^2) \right\}}$$

$$q(z) = z + q_0 \quad \text{および} \quad p(z) = -i \ln \left( 1 + \frac{z}{q_0} \right)$$

(長いので中略)

$$\psi(x, y, z) = A \frac{w_0}{w(z)} e^{-\left(\frac{1}{w(z)^2} + i \frac{k}{2R(z)}\right) r^2 + i\phi(z)}$$

$$E(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w(z)} e^{-i(kz - \phi(z)) - \left(\frac{1}{w(z)^2} + i \frac{k}{2R(z)}\right) r^2}$$

ここで

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \quad : \text{スポットサイズ}$$

$$R(z) = z \left\{ 1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z}\right)^2 \right\} \quad : \text{波面の曲率}$$

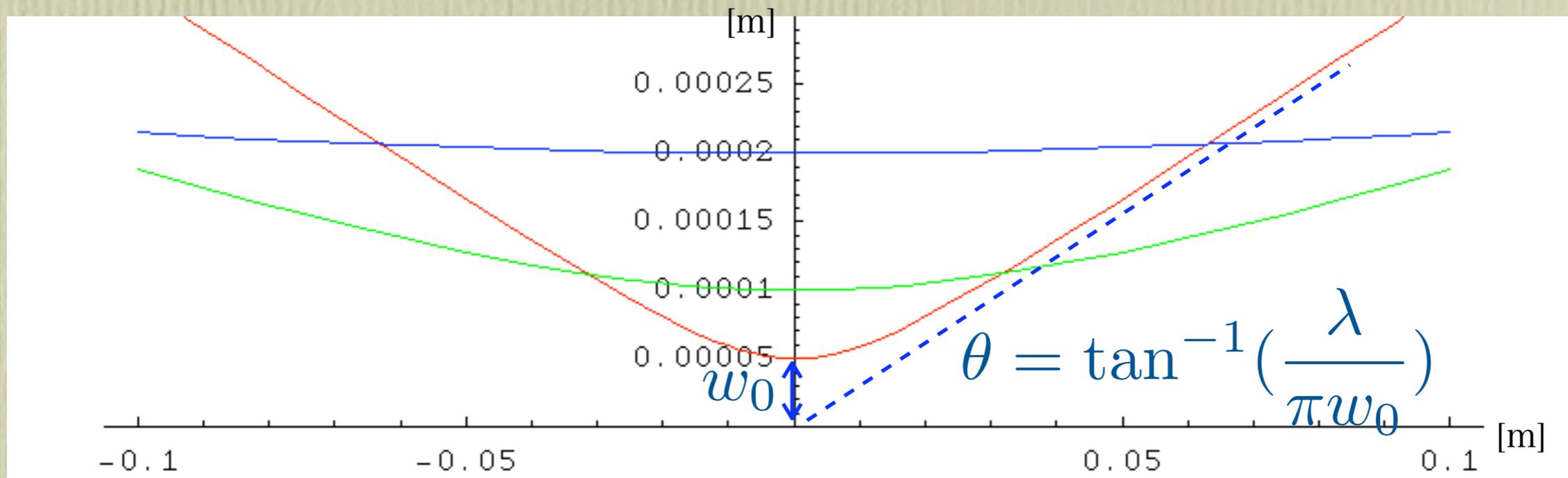
$$\phi(z) = \tan^{-1} \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)$$

$w_0$  : ビームウエスト

$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\lambda}{\pi w_0} \right)$  : 広がりの角

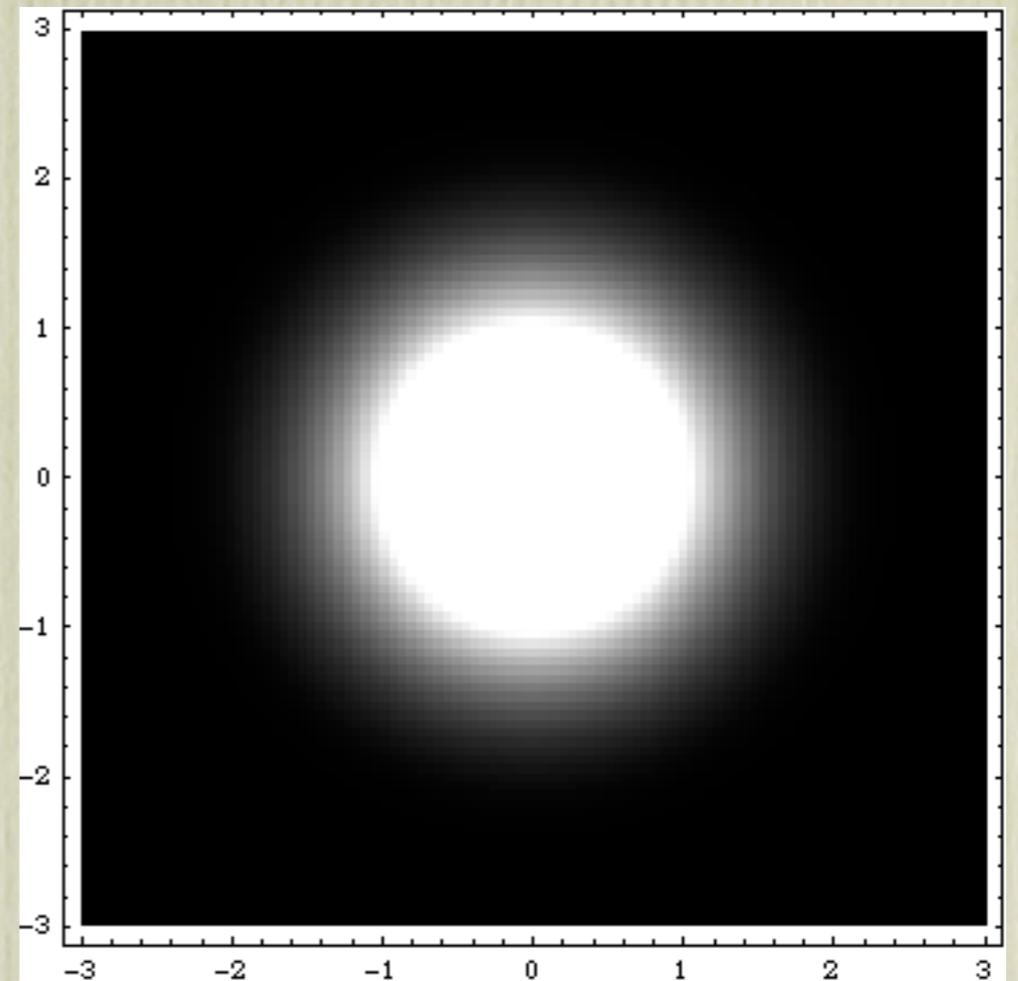
# 伝搬プロファイル

$\lambda = 500[\text{nm}]$  で計算



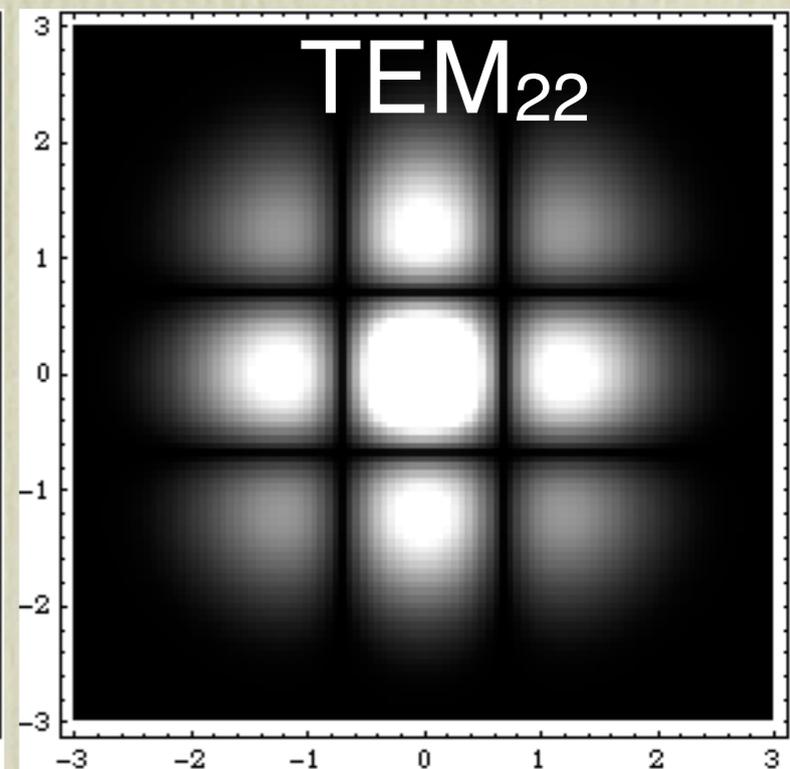
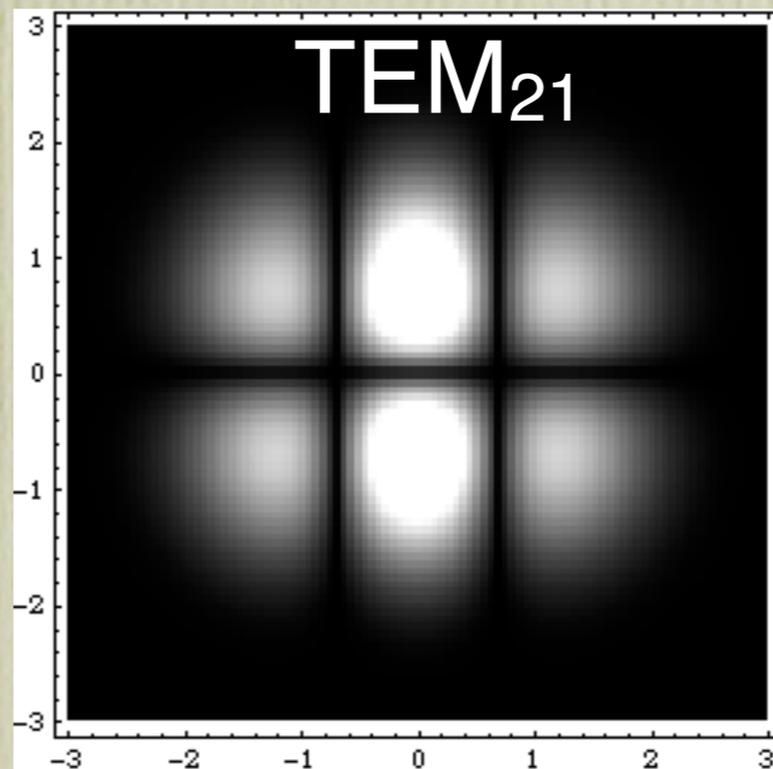
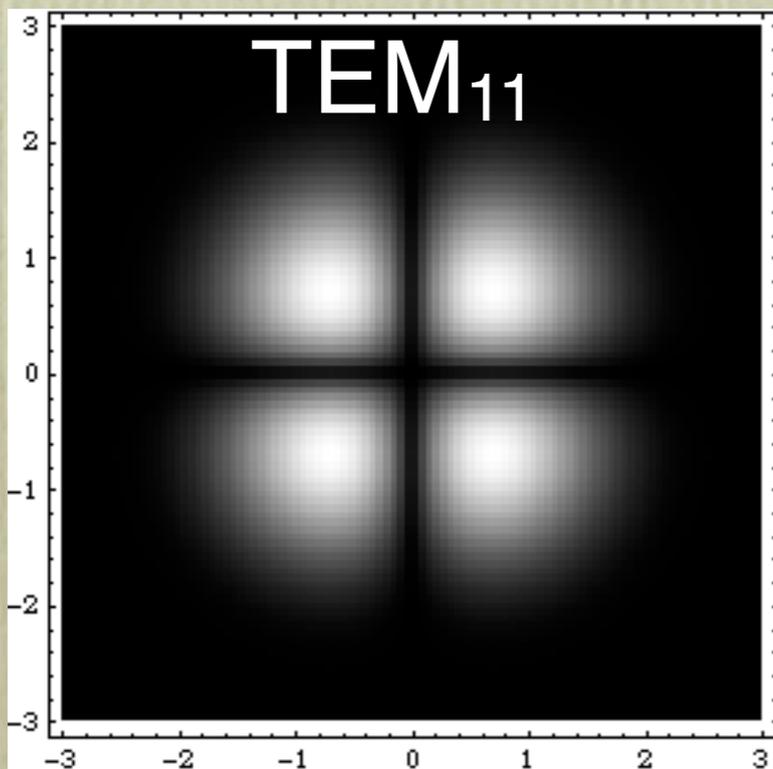
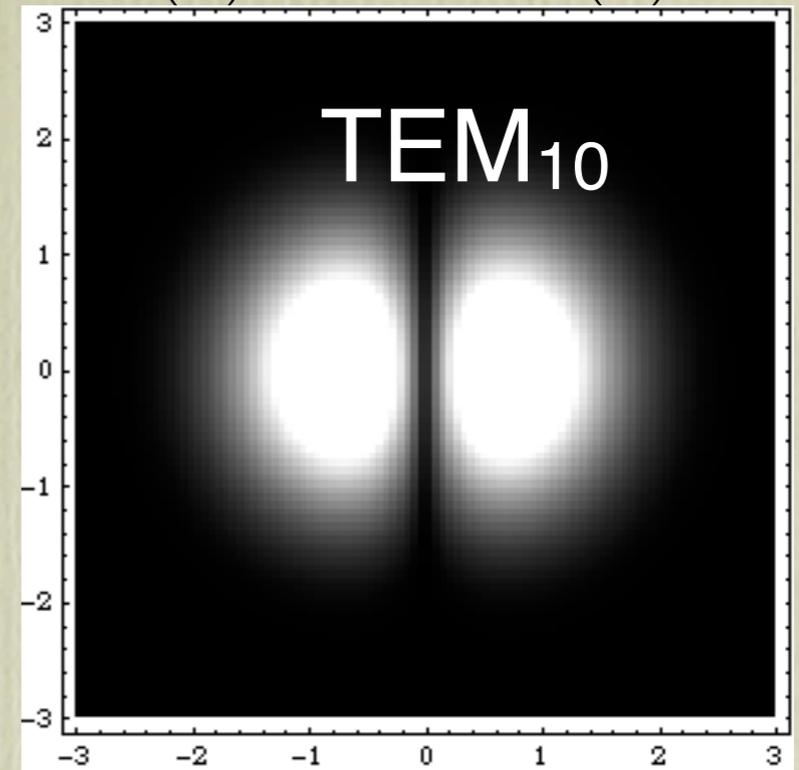
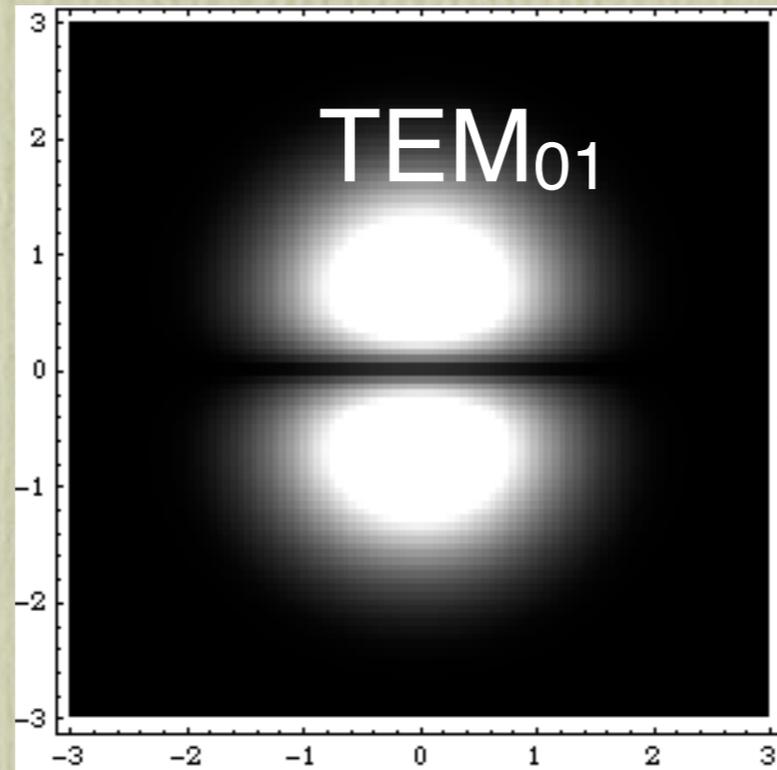
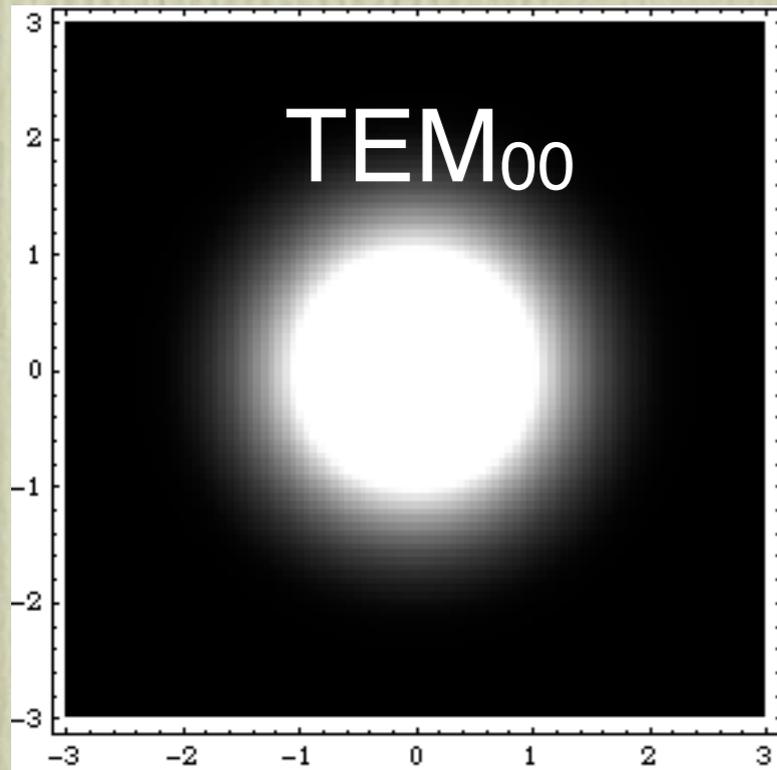
$z$ =一定の断面での電場強度分布

$$|E| \propto e^{-\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2}$$



# レーザーの高次モード: TEM<sub>mn</sub>

断面の電場強度分布  $E_{mn}(x, y, z) \propto H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{w(z)}\right)H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w(z)}\right)e^{(\dots)}$



... more higher orders...

- 物理光学が必要な分野
  - 波の波長のオーダーの光学要素
    - レーザー
    - 光ファイバー
    - 精密な変位精度、面精度の実験
    - etc...